

1. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Программа по математике предназначена для подготовки к вступительному испытанию в форме письменного экзамена. Её основа — примерные программы по общеобразовательным предметам среднего (полного) общего образования, разработанные Министерством образования и науки Российской Федерации.

Вступительное испытание по математике проводится в форме тестовых заданий. Работа выполняется только на выданных абитуриенту учтённых листах. Вспомогательные чертежи могут быть исполнены карандашом. Выкладки должны быть записаны ручкой. Ответы должны обводиться ручкой. Вступительное испытание продолжается 180 минут. Не разрешается использование калькуляторов и любых технических компьютерных устройств. Во время проведения вступительных испытаний их участникам и лицам, привлекаемым к их проведению, запрещается использовать любые средства связи.

В каждом варианте экзаменационной работы 20 примерно одинаковых по уровню сложности и охвату проблем дисциплины тестовых заданий. Каждое тестовое задание работы может решаться абитуриентом на учтённых листах-черновиках. Решив тестовое задание, абитуриент выбирает правильный ответ из семи предложенных вариантов, приведённых ниже тестового задания, и обводит его шариковой ручкой. Любые исправления в тестовых заданиях работы не допускаются, и новые экзаменационные листы абитуриенту не выдаются.

Абитуриент должен ручкой обвести букву (-ы), соответствующую (-ие), по его мнению, правильному ответу. Зачёркивания и исправления на бланке тестового задания не допускаются. Такие задания считаются неверно выполненными. В случае неполного ответа на тестовое задание оно считается невыполненным. Содержание черновых записей абитуриента не учитывается при оценке знаний, в т. ч. в случае подачи и рассмотрения апелляции. Каждое правильно выполненное тестовое задание оценивается в 5 баллов. Максимальный результат сдачи экзамена — 100 баллов. Пороговое значение успешной сдачи вступительного экзамена равно количеству баллов, установленных Рособрнадзором для успешной сдачи ЕГЭ по математике.

Настоящая программа состоит из трёх разделов.

В первом разделе перечислены основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий.

Второй раздел представляет собой перечень основных утверждений и теорем, который должен знать поступающий.

В третьем разделе указано, какие навыки и умения требуются от поступающего на вступительном испытании.

Объём знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики средней школы. Поступающий может пользоваться всем арсеналом средств из этого курса, включая и начала анализа. Для решения задач вступительного испытания достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе.

На вступительном испытании по математике поступающий должен уметь:

1) выполнять (без калькулятора) действия над числами и числовыми выражениями; преобразовывать буквенные выражения; производить операции над векторами (сложение,

умножение на число, скалярное произведение); переводить одни единицы измерения величин в другие, сравнивать числа и находить их приближенные значения (без калькулятора);

2) проводить тождественные преобразования числовых и буквенных выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции, радикалы и знаки модуля;

3) решать уравнения первой и второй степени, уравнения, приводящиеся к ним; решать системы двух или трех линейных уравнений, а также системы, решение которых сводится к решению линейных и квадратных уравнений (сюда, в частности, относятся уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции, а также содержащие знак модуля), решать тригонометрические уравнения, сводя их решение к решению простейших; решать рациональные неравенства методом интервалов и системы рациональных неравенств, исследовать решения уравнений, неравенств, систем (в том числе с параметрами);

4) исследовать функции; строить графики функций (линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических) и множества точек на координатной плоскости, заданные уравнениями и неравенствами;

5) изображать геометрические фигуры на чертеже; делать дополнительные построения; строить сечения; исследовать взаимное расположение фигур; применять признаки равенства, подобия фигур и их принадлежности к тому или иному виду;

6) пользоваться свойствами чисел, векторов, функций и их графиков, свойствами арифметической и геометрической прогрессий;

7) пользоваться свойствами геометрических фигур, их характерных точек, линий и частей, свойствами равенства, подобия и взаимного расположения фигур;

8) пользоваться соотношениями и формулами, содержащими модули, степени, корни, логарифмические и тригонометрические выражения, величины углов, длины, площади, объёмы;

9) составлять уравнения, неравенства, системы уравнений, неравенств и находить значения величин, исходя из условия задачи;

10) использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии (метод координат) — при решении геометрических задач;

11) пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций;

12) пользоваться понятием вероятности события при решении прикладных задач.

2. СОДЕРЖАНИЕ РАЗДЕЛОВ ПРОГРАММЫ

Раздел 1. Основные математические понятия

1. Натуральные числа. Делимость. Простые и составные числа. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.

2. Целые, рациональные и действительные числа. Проценты. Модуль числа, степень, корень, арифметический корень, логарифм.

3. Синус, косинус, тангенс, котангенс числа (угла). Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.

4. Числовые и буквенные выражения. Равенства и тождества.
5. Функция, её область определения и область значений. Возрастание, убывание, периодичность, чётность, нечётность. Наибольшее и наименьшее значения функции. График функции.
6. Линейная, квадратичная, степенная, показательная, логарифмическая, тригонометрические функции.
7. Уравнение, неравенство, система, совокупность. Решения (корни) уравнения, неравенства, системы. Равносильность. Следствие.
8. Арифметическая и геометрическая прогрессии.
9. Прямая на плоскости. Луч, отрезок, ломаная, угол.
10. Треугольник. Медиана, биссектриса, высота.
11. Выпуклый многоугольник. Квадрат, прямоугольник, параллелограмм, ромб, трапеция. Правильный многоугольник. Диагональ.
12. Окружность и круг. Радиус, хорда, диаметр, касательная, секущая. Дуга окружности и круговой сектор. Центральные и вписанные углы.
11. Прямая и плоскость в пространстве. Двугранный угол.
12. Многогранник. Куб, параллелепипед, призма, пирамида.
13. Цилиндр, конус, шар, сфера.
14. Равенство и подобие фигур. Симметрия.
15. Параллельность и перпендикулярность прямых, плоскостей. Скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми, плоскостями, прямой и плоскостью.
16. Касание. Вписанные и описанные фигуры на плоскости и в пространстве. Сечение фигуры плоскостью.
17. Величина угла. Длина отрезка, окружности и дуги окружности. Площадь многоугольника, круга и кругового сектора. Площадь поверхности и объём многогранника, цилиндра, конуса, шара.
18. Координатная прямая. Числовые промежутки. Отрезок, интервал. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Векторы.
19. Определение производной. Её физический и геометрический смысл.

Раздел 2. Основные утверждения и теоремы

Алгебра

1. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
2. Свойства числовых неравенств.
3. Формулы сокращённого умножения.
4. Свойства линейной функции и её график.
5. Формула корней квадратного уравнения. Теорема о разложении квадратного трёхчлена на линейные множители. Теорема Виета.
6. Свойства квадратичной функции и её график.
7. Неравенство, связывающее среднее арифметическое и среднее геометрическое двух чисел. Неравенство для суммы двух взаимно обратных чисел.
8. Формулы общего члена и суммы n первых членов арифметической прогрессии.
9. Формулы общего члена и суммы n первых членов геометрической прогрессии.
10. Свойства степеней с натуральными и целыми показателями.

11. Свойства арифметических корней n -й степени.
12. Свойства степеней с рациональными показателями.
11. Свойства степенной функции с целым показателем и её график.
12. Свойства показательной функции и её график.
13. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, степени, частного. Формула перехода к новому основанию.
14. Свойства логарифмической функции и её график.
15. Основное тригонометрическое тождество. Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
16. Формулы приведения, сложения, двойного и половинного аргумента, суммы и разности тригонометрических функций. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента.
17. Преобразование произведения синусов и косинусов в сумму.
18. Преобразование выражения $a \sin x + b \cos x$ с помощью вспомогательного аргумента.
19. Формулы решений простейших тригонометрических уравнений.
20. Свойства тригонометрических функций и их графики.

Геометрия

1. Теоремы о параллельных прямых на плоскости.
2. Свойства вертикальных и смежных углов.
3. Свойства равнобедренного треугольника.
4. Признаки равенства треугольников.
5. Теорема о сумме внутренних углов треугольника. Теорема о внешнем угле треугольника. Свойства средней линии треугольника.
6. Признаки подобия треугольников.
7. Признаки равенства и подобия прямоугольных треугольников.
8. Пропорциональность отрезков в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора.
9. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Свойство биссектрисы угла.
10. Теоремы о пересечении медиан, пересечении биссектрис и пересечении высот треугольника.
11. Свойство отрезков, на которые биссектриса треугольника делит противоположную сторону.
12. Свойство касательной к окружности. Равенство касательных, проведённых из одной точки к окружности. Теоремы о вписанных углах. Теорема об угле, образованном касательной и хордой. Теоремы об угле между двумя пересекающимися хордами и об угле между двумя секущими, выходящими из одной точки. Равенство произведений отрезков двух пересекающихся хорд.
13. Свойство четырёхугольника, вписанного в окружность. Свойство четырёхугольника, описанного около окружности.
14. Теорема об окружности, вписанной в треугольник. Теорема об окружности, описанной около треугольника.
15. Теоремы синусов и косинусов для треугольника.
16. Теорема о сумме внутренних углов выпуклого многоугольника.

17. Признаки параллелограмма. Свойства параллелограмма.
18. Свойства средней линии трапеции.
19. Формула для вычисления расстояния между двумя точками на координатной плоскости. Уравнение окружности.
20. Теоремы о параллельности прямых в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности плоскостей.
21. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема об общем перпендикуляре к двум скрещивающимся прямым. Признак перпендикулярности плоскостей. Теорема о трёх перпендикулярах.

Начала анализа

1. Производные основных элементарных функций

$$y = \sin x, \quad y = \cos x, \quad y = \operatorname{tg} x, \quad y = \operatorname{ctg} x,$$

$$y = a^x, \quad y = \log_a x, \quad y = x^n.$$

2. Производная суммы двух функций.
3. Производная произведения двух функций.
4. Производная частного.
5. Производная сложной функции.
6. Уравнение касательной к графику функции.

3. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Для подготовки к вступительному испытанию рекомендуется использовать учебные пособия, разработанные с участием Федерального института педагогических измерений (ФИПИ).

1. Математика. ЕГЭ-2021: Тематический тренинг 10–11 классы / Лысенко Ф. Ф., Иванов С. О. — М.: Издательство «Легион», 2019. — 464 с.
2. ЕГЭ. Математика. 10 тренировочных вариантов экзаменационных работ для подготовки к ЕГЭ. Профильный уровень / под ред. И. В. Яценко. — Издательство «АСТ», 2019. — 72 с.
3. ЕГЭ-2021. Математика. 30 тренировочных вариантов экзаменационных работ для подготовки к ЕГЭ. Профильный уровень / Московский центр непрерывного математического образования. — Издательство «АСТ», 2019. — 136 с.
4. ЕГЭ-2021. Математика. Профильный уровень / Дорофеев Г. В., Седова Е. А., Шестаков С. А., Пчеленцов С. А. — М.: Издательство «ЭКСМО», 2019 г. — 112 с.
5. ЕГЭ-2019. Математика. Профильный уровень. Типовые экзаменационные варианты. 36 вариантов / под ред. И. В. Яценко. — М.: Издательство «Национальное образование», 2019. — 256 с. (ЕГЭ. ФИПИ — школе.)
6. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. И. В. Яценко. — М.: Издательство «Национальное образование», 2018. — 256 с. (ЕГЭ. ФИПИ — школе.)
7. ЕГЭ. Математика. Базовый уровень: типовые экзаменационные варианты: 30 вариантов / под ред. И. В. Яценко. — М.: Издательство «Национальное образование», 2018. — 192 с. (ЕГЭ. ФИПИ — школе.)

8. ЕГЭ. Математика. Типовые экзаменационные задания. В 2 ч. Часть 1. 20 вариантов базового уровня / под ред. И. В. Ященко. — М.: Издательство «Бином. Лаборатория знаний», 2018. — 144 с. (ЕГЭ. ФИПИ — школе.)

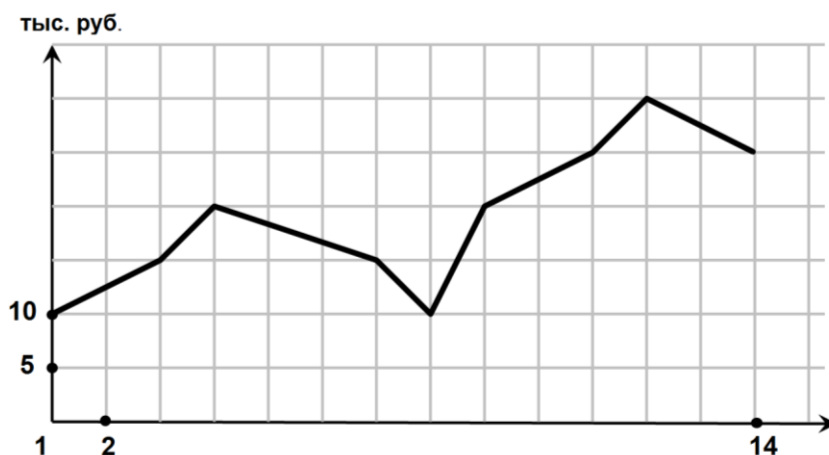
Повторить и обобщить знания по математике абитуриентам за курс средней общеобразовательной школы в случае необходимости помогут пособия следующих авторов: Колесникова С. И., Семёнов А. Л., Ященко И. В., Кочагин В. В., Кочагина М. Н., Лысенко Ф. Ф., Кулабұхова С. Ю., Шестаков С. А., Захаров П. И., Сергеев И. Н., Панферов В. С., Дорофеев Г. В., Третьяк Т. М., Виноградова Т. М., Рязановский А. Р., Попов М. А., Клово А. Г., Мальцев Д. А., Абзелилова Л. И., Глазков Ю. А., Корешкова Т. А., Мирошин В. В., Шевелева Н. В., Гордин Р. К., Смирнов В. А., Гушин Д. Д., Высоцкий И. Р.

Интернет-источники

1. Официальный информационный портал единого государственного экзамена (ЕГЭ). — Электронный ресурс. — Режим доступа: www.ege.edu.ru.
2. ЕГЭ по математике 2021 — ЕГЭ портал. — Электронный ресурс. — Режим доступа: <http://4ege.ru/matematika/>.
3. Открытый банк заданий на сайте ФИПИ. — Электронный ресурс. — Режим доступа: <http://www.fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>.
4. Демоверсии, спецификации, кодификаторы ЕГЭ-2021 на сайте ФИПИ. — Электронный ресурс. — Режим доступа: <http://fipi.ru/ege-i-gve-11/demoversii-specifikacii-kodifikatory>.
5. Пробные варианты ЕГЭ по математике с ответами и пояснениями. — Электронный ресурс. — Режим доступа: — <https://ege.yandex.ru/mathematics/>.
6. Тесты ЕГЭ-2021 по математике (профильный уровень) для 11-го класса от авторов «СтатГрада» и других экспертов. — Электронный ресурс. — Режим доступа: <https://yandex.ru › tutor › subject>.
7. Демонстрационные версии ЕГЭ за 2019-й и предыдущие годы. — Электронный ресурс. — Режим доступа: <http://www.examen.ru/add/ege/demonstracionnye-varianty-ege>.

4. ОБРАЗЕЦ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО (ТЕСТОВОГО) ЗАДАНИЯ

1. На графике, изображённом на рисунке, представлено изменение биржевой стоимости акций некой компании в первые две недели марта. В первую неделю марта бизнесмен купил 20 акций, а потом продал их на второй неделе. Какую наибольшую прибыль он мог получить?



- 1) 300 тыс. руб. 2) 250 тыс. руб. 3) 350 тыс. руб.
 4) 50 тыс. руб. 5) 150 тыс. руб. 6) 220 тыс. руб. 7) 400 тыс. руб.

2. Найдите сумму всех различных корней уравнения

$$\frac{2x+2}{x^2+x} \cdot (x-3) = (3x-1) \cdot (x-3)$$

- 1) $\frac{7}{3}$ 2) $-\frac{2}{3}$ 3) 3 4) $\frac{4}{3}$ 5) 2 6) $\frac{10}{3}$ 7) 1

3. При оплате услуг через платёжный терминал взимается комиссия 6 % от вложенной суммы. Терминал принимает суммы, кратные 10 рублям. Месячная плата за интернет составляет 750 рублей. Какую минимальную сумму необходимо положить в приёмное устройство терминала, чтобы на счету фирмы, предоставляющей интернет-услуги, оказалась сумма не менее 750 рублей?

- 1) 810 руб. 2) 770 руб. 3) 760 руб. 4) 780 руб.
 5) 800 руб. 6) 795 руб. 7) 790 руб.

4. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Динамо» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих матчах команда «Динамо» начнёт игру с мячом не более двух раз.

- 1) $\frac{5}{8}$ 2) $\frac{1}{8}$ 3) $\frac{1}{4}$ 4) $\frac{3}{8}$ 5) $\frac{2}{3}$ 6) $\frac{5}{6}$
 7) $\frac{7}{8}$

5. Найдите значение суммы $3x + y$, если

$$\begin{cases} 3x - y = 4 \\ 5x + 2y = 3 \end{cases}$$

- 1) 4 2) -6 3) -1 4) -2 5) 8 6) 2
7) 6

6. Найдите произведение корней уравнения $3^{x^2-7x+8} = \frac{1}{81}$.

- 1) -10 2) 7 3) 8 4) 12 5) 3 6) 10 7) 6

7. Сумма первых трёх членов арифметической прогрессии равна -9. Сумма второго и десятого члена прогрессии равна 10. Найдите пятый член этой прогрессии.

- 1) -3 2) 1 3) 3 4) 4 5) -2 6) 2 7) 5

8. Даны координаты трёх вершин параллелограмма $ABCD$: $A(2; -3)$, $B(-7; 3)$, $C(4; 7)$, где AC является диагональю параллелограмма. Найдите сумму координат вершины D .

- 1) -9 2) 12 3) -2 4) 14 5) 2 6) -12 7) 10

9. В январе цена товара была увеличена на 10%, в феврале цена опять увеличилась на 10%, а в марте цена снизилась на 20%. В итоге за три месяца цена изменилась на 800 рублей. Какова была первоначальная цена товара?

- 1) 35000 руб. 2) 25000 руб. 3) 30000 руб. 4) 18000 руб. 5) 14400 руб.
6) 27000 руб. 7) 15000 руб.

10. Четверть пути велосипедист проехал со скоростью 21 км/час, а оставшуюся часть пути — с другой скоростью. Когда он закончил путешествие, то оказалось, что средняя скорость на всем пути составила 12 км/час. С какой скоростью велосипедист проехал вторую часть пути?

- 1) 10 км/час 2) 11 км/час 3) 10,5 км/час 4) 9 км/час
5) 12 км/час 6) 9,5 км/час 7) 11,5 км/час

11. Найдите решение неравенства

$$\frac{2}{\sqrt{x-1}} > \frac{3}{\sqrt{x+4}}$$

- 1) (1; 5) 2) $(-\infty; 1)$ 3) $(-4; 1)$ 4) (1; 4) 5) $(-1; 5)$ 6) $(1; +\infty)$ 7) (4; 5)

12. Функция $f(x) = x^4 - 4x^3$ принимает наименьшее значение на отрезке $[-1; 4]$ в точке

- 1) 1,5 2) 1 3) 2,4 4) -1 5) 3 6) 0 7) 2

13. Число целых решений неравенства $\frac{x^2 - 4x - 5}{x^4 + 4x^3 + 3x^2} \leq 0$ равно

- 1) 5 2) 8 3) 7 4) 2 5) 6 6) 4 7) 3

14. Число различных решений уравнения $\sin 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ на отрезке $[0; 2\pi]$ равно

- 1) 5 2) 1 3) 7 4) 4 5) 6 6) 2 7) 3

15. Прямоугольная трапеция $ABCD$, где угол A равен 90° , описана вокруг окружности радиуса 2 см. Боковая сторона CD равна 7 см. Найдите площадь этой трапеции.

- 1) 18см^2 2) 28см^2 3) $\frac{45}{2}\text{см}^2$ 4) 20см^2 5) 22см^2 6) 24см^2
7) $\frac{47}{2}\text{см}^2$

16. Найдите произведение корней уравнения

$$\log_2^2 x - \log_2 \left(\frac{x^5}{16} \right) = 0.$$

- 1) -3 2) 5 3) 32 4) 8 5) 16 6) 4
7) 64

17. При каких значениях параметра k уравнение $k(x-4) + 2|x+2| - 8 = 0$ имеет только одно решение?

- 1) $[2; +\infty)$ 2) $[-4/3; 2)$ 3) $(-2; 2]$ 4) $(-\infty; -2) \cup \{-4/3\} \cup [2; +\infty)$
5) $(-\infty; -4/3) \cup [2; +\infty)$ 6) $(-2; -4/3]$ 7) $(-\infty; -2) \cup [2; +\infty)$

18. Решите неравенство $\log_3(\log_2(4-x)) < 0$.

- 1) (1;2) 2) $(-\infty; 2)$ 3) (1;3) 4) (0;1) 5) (2;4) 6) (3;4) 7) (2;3)

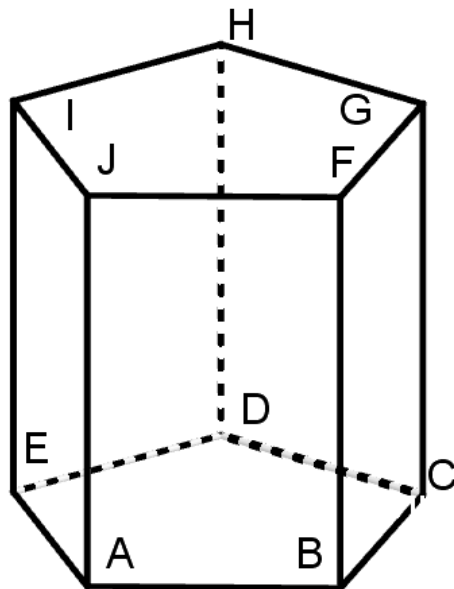
19. Определите значения параметра k , при которых уравнение

$$x^2 - 4x + k = 0$$

имеет два различных решения, принадлежащих интервалу $(0; 4)$.

- 1) $(-1; 4)$ 2) $[0; 4)$ 3) $(0; 4)$ 4) $(0; 4]$
5) $(-1; 0) \cup (0; 3)$ 6) $(-\infty; 4)$ 7) $(-\infty; 0)$

20. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, D, E, J правильной пятиугольной призмы $ABCDEFJGHI$, если площадь основания равна 16, а боковое ребро равно 6.



- 1) 56 2) 72 3) 48 4) 64 5) 32 6) 42 7) 96